

HYDROSTATIQUE des FLUIDES

1. Les FLUIDES (liquides et gaz)

1A. Caractéristiques

Ils prennent la forme du récipient qui les contient. (Les solides possèdent une forme propre).
Les gaz occupent tout le volume qui leur est offert, leur volume s'adapte.

1B. Incompressibilité

- La plupart des liquides le sont, les variations de volume tant que les pressions ne dépassent pas quelques dizaines d'atmosphères, restent faibles par rapport au volume total.
- Les gaz sont largement compressibles, mais ils peuvent être supposés incompressibles si la pression ne subit pas de trop grandes variations.

1C. Homogénéité

Un fluide est homogène quand sa composition est identique en chaque point.
Sa masse volumique ρ est constante, quelque soit l'endroit dans le fluide.

1D. Statique

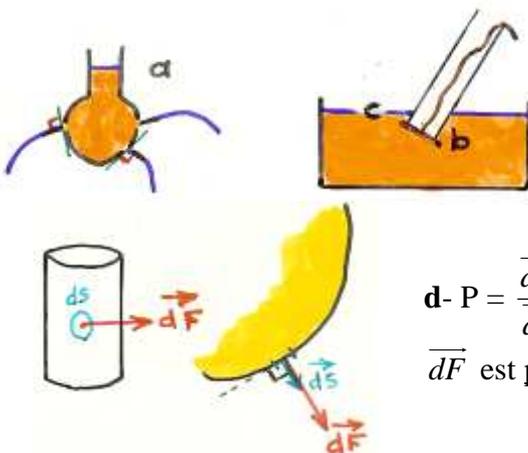
Le fluide est en équilibre mécanique dans le champ de pesanteur.

2. **PRESSIONS** dans les fluides au repos dans le champ de pesanteur

2A. Pression ?

- Grandeur scalaire positive (P ou p).
- Elle représente une force par unité de surface qui s'exerce à l'intérieur d'un fluide.
- Quand le fluide est en contact avec un solide, la pression est exercée par le fluide sur le solide.
- L'unité de pression est le pascal (Pa), unité très petite.
multiples : kPa, MPa, GPa...

2B. Expériences et commentaires



- a- Jets d'eau perpendiculaires à la paroi
- b- Lame de verre plaquée contre le tube

c- Surface libre : interface plane et horizontale entre gaz et liquide

$$\mathbf{d} \cdot \mathbf{P} = \frac{d\mathbf{F}}{dS}$$

$d\mathbf{F}$ est perpendiculaire à la paroi

e- Vases communicants

Reliés sans discontinuité.

Toutes les surfaces libres du même liquide, supportant la même pression sont dans le même plan horizontal.

(niveau d'eau pour nivellement,
niveau à bulle d'air)





f- Ascension capillaire

- liquide mouillant (a)
- liquide non mouillant (b)

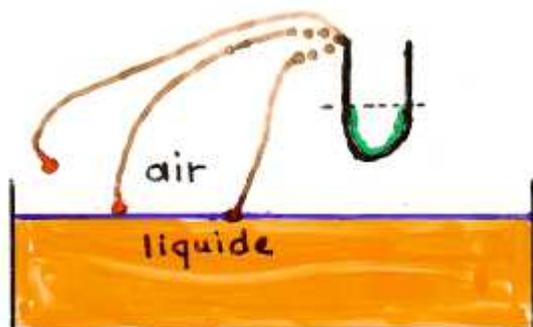
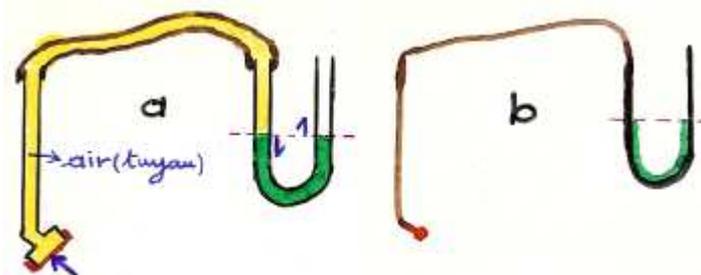
g- Manomètre à air libre

Il permet la mesure de la pression exercée par les fluides.

Tube en **U** relié par un tuyau souple à une capsule recouverte d'une **membrane souple**.

Quand on exerce une pression sur la membrane, l'air_{tuyau} est comprimé,

($P > P_{atm}$), ce qui provoque une dénivellation des surfaces libres du liquide contenu dans le tube.

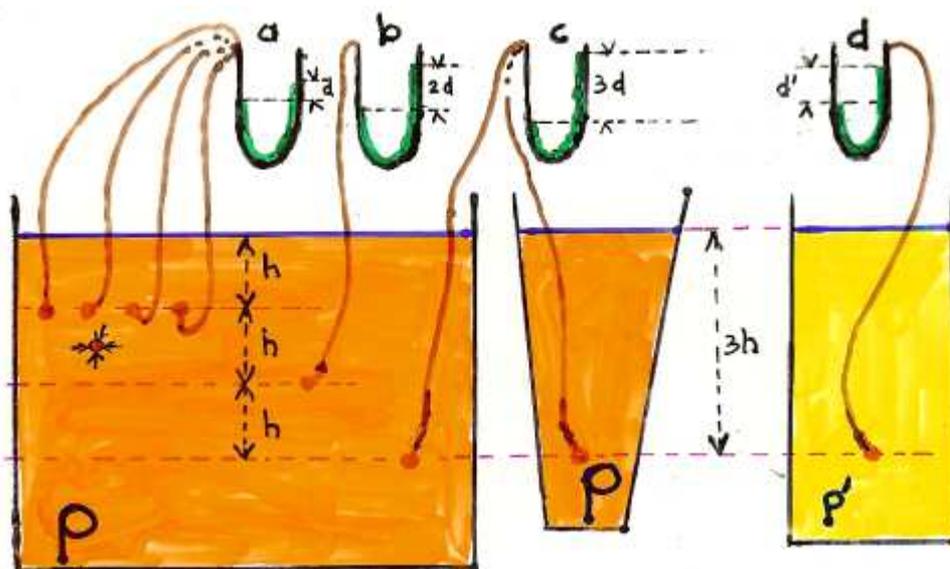


h- Lors d'un passage d'une interface plane entre deux fluides constituant deux phases distinctes la **pression est constante**. La pression dans le liquide au niveau de la surface libre est égale à la pression du gaz qui se situe au dessus.



i- Pour un réceptif ouvert sur l'extérieur, la pression du gaz est celle de la **pression atmosphérique**.

j- La pression atmosphérique (P_{atm}) varie très peu quand on s'élève un peu au dessus du liquide.

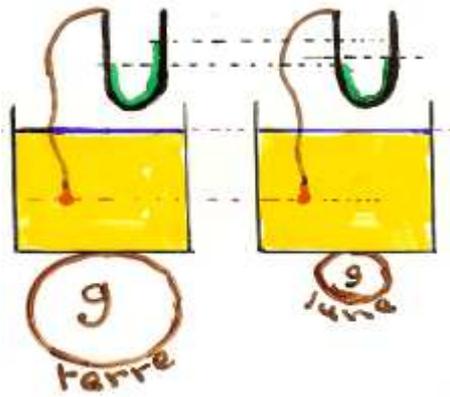


k- **Surface isobare** : tous les points d'une même surface horizontale sont à la même pression (*altitude constante*), la pression ne dépend pas de l'orientation de la capsule manométrique.(a)

l- La pression, au sein du fluide, dépend de la profondeur.(b)

m- Pour un même fluide, à profondeur égale la pression ne dépend pas de la quantité de fluide.(c)

n- Pour deux fluides de masses volumiques différentes, à une même profondeur, la pression est différente.(c.d)



o- La pression dans un fluide dépend du champ de pesanteur g.

Exercice préliminaire : Etablir la relation qui exprime la **pression P** en fonction de la masse volumique ρ du fluide, de la profondeur h et de l'accélération de la pesanteur g : $P = f(\rho, g, h)$.

2c. Relation fondamentale de la statique des fluides

a- énoncé (s)

$$P_B + \rho \cdot g \cdot Z_B = P_C + \rho \cdot g \cdot Z_C \quad (\dots = P_A + \rho \cdot g \cdot Z_A)$$

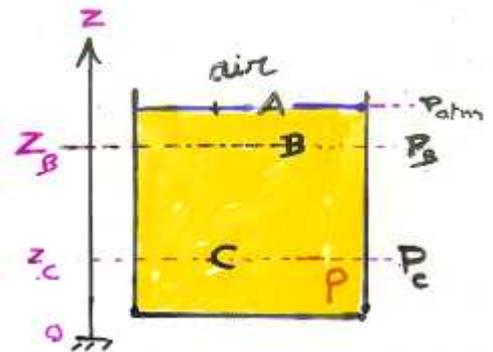
P_B et P_C : pressions du fluide aux points B et C

Z_B et Z_C : altitudes des points B et C

ρ : masse volumique du fluide

g : accélération de la pesanteur

P (Pa) ; z (m) ; ρ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) ; g ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)



- L'axe des altitudes doit être orienté suivant la verticale ascendante.
- L'origine des altitudes est indifférente, il est judicieux de la prendre au point le plus bas.

$$P_C - P_B = \rho \cdot g \cdot Z_B - \rho \cdot g \cdot Z_C = \rho \cdot g \cdot (Z_B - Z_C) = \rho \cdot g \cdot h_{BC}$$

$$P_C - P_B = \rho \cdot g \cdot h_{BC} = \Delta P$$

$h_{BC} = Z_B - Z_C$: dénivellation entre les deux surfaces planes isobares contenant les points B et C.

ΔP : différence de pression entre ces deux surfaces isobares.

b- pression totale – pression relative

$$P_C - P_A = \rho \cdot g \cdot h_{AC}$$

$$P_C = P_A + \rho \cdot g \cdot h_{AC} \quad P_C = P_{\text{atm}} + \rho \cdot g \cdot h_{AC}$$

P_C : pression totale (ou absolue)

$P_{\text{effective}} = \rho \cdot g \cdot h_{AC}$, elle représente la pression effective (ou relative)
pression uniquement due au fluide.

La pression effective est référée à la pression atmosphérique.

Dans de nombreux cas les effets de la pression atmosphérique se compensent quand elle agit sur toutes les parois : seuls sont alors intéressants les effets de la pression due au liquide.

Exemple :

La pression dans une conduite est de 3 fois la pression atmosphérique, sa pression totale sera de 4 fois la pression atmosphérique (4 bars)

Données pour les exercices.

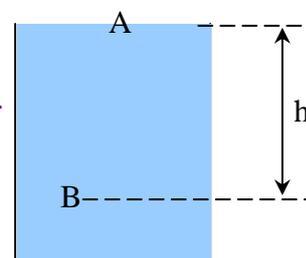
$$\begin{aligned} \rho (\text{eau}) &= 10^3 \text{ kg.m}^{-3} \\ \rho (\text{air}) &= 1,293 \text{ kg.m}^{-3} \\ P_{\text{atmosphérique}} &= 10^5 \text{ Pa} \\ g &= 10 \text{ m.s}^{-2} \end{aligned}$$

Exercice 1 :

Un récipient contient de l'alcool.

Calculer :

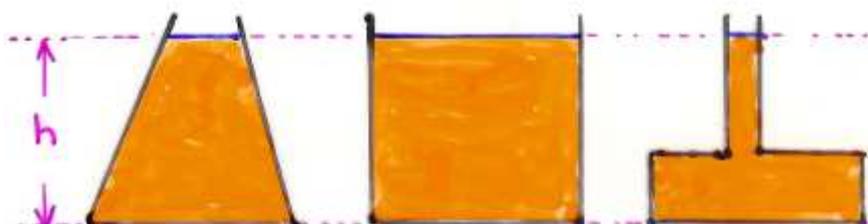
- 1) La pression totale au point B.
 - 2) La pression effective (due à l'alcool uniquement) en ce même point B.
- ($d_{\text{alcool}} = 0,8$ et $h = 13 \text{ cm}$)

Exercice 2 :

Quelle est la pression due à l'eau au fond de la fosse de Mariannes* à 11022 m de profondeur.

$$(d_{\text{eau de mer}} = 1,03)$$

* fosse sous marine la plus profonde connue actuellement.

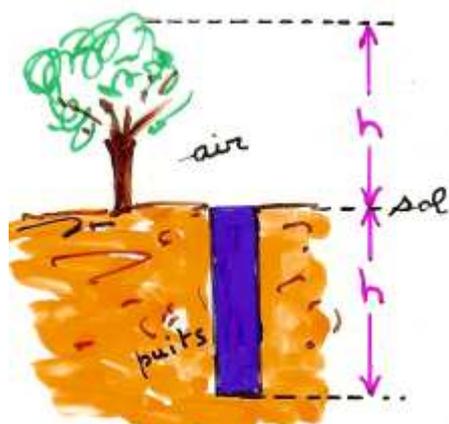
Exercice 3 :

Ces trois récipients ont la même surface circulaire comme fond.

Ils contiennent le même liquide de masses volumique ρ .

Exprimer littéralement la pression due au liquide uniquement, puis la pression totale, en tout point du fond, pour chacun d'eux.

Quelle conclusion peut-on faire ?

Exercice 4 :

La pression au niveau du sol étant égale à la pression atmosphérique

1) Exprimer littéralement :

- a- l'augmentation de pression au fond du puits contenant de l'eau.
- b- la diminution de pression au sommet de l'arbre situé dans l'air.

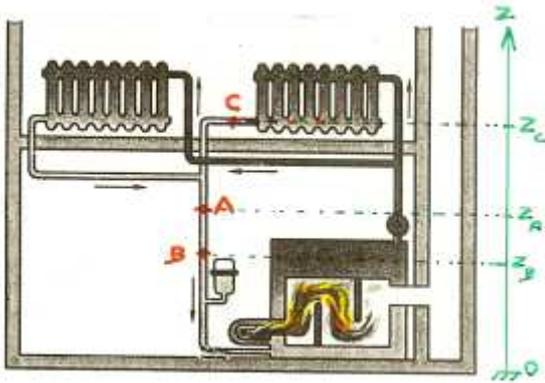
2) Calculer ces variations de pression pour :

- a- $h = 10 \text{ m}$
- b- $h = 1 \text{ m}$
- $h = 0,1 \text{ m}$

3) Quelles conclusions peut-on faire ?

Montrer que la variation de pression est environ 773 fois plus grande dans l'eau que dans l'air.

4) Quel est le pourcentage de la diminution de la pression atmosphérique pour une augmentation d'altitude de 1000 m ?

Exercice 5 :

On suppose, le chauffage étant arrêté, que l'eau ne circule pas.

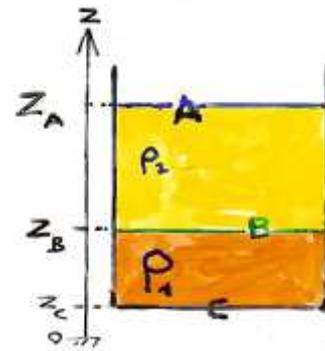
- 1) Quelle est l'expression de la pression P_B dans la partie B en fonction de P_A , z_A et z_B ?
- 2) Quelle est l'expression de la pression P_C dans la partie C en fonction de P_A , z_A et z_C ?
- 3) Calculer P_B et P_C , sachant que $P_A = 5 \cdot 10^5$ Pa, $z_B = 1$ m, $z_A = 4$ m et $z_C = 9$ m.

Au passage d'une interface entre deux liquides non miscibles*, la pression reste continue. Tout point appartenant à cette interface plane peut être considéré comme étant simultanément dans les deux liquides.

- A se trouve sur la surface libre du liquide : $P_A = P_{atm}$
- A et B sont situés dans le même liquide de masse volumique ρ_2 .

$$P_A + \rho_2 \cdot g \cdot z_A = P_B + \rho_2 \cdot g \cdot z_B$$
- B et C sont situés dans le même liquide de masse volumique ρ_1 .

$$P_B + \rho_1 \cdot g \cdot z_B = P_C + \rho_1 \cdot g \cdot z_C$$

**2D. Miscibilité**

C'est l'aptitude à des liquides à se mélanger pour former une seule phase homogène.

C'est la nature et l'intensité des interactions entre molécules qui en sont responsables.

Lorsque l'on agite deux liquides non miscibles, on réalise une émulsion.

Ce n'est pas une phase homogène, sa stabilité n'est que relative car après un certain temps, les différents constituants se démixtent pour reformer les deux phases.

Exercice 6 :

Un vase contient de l'eau sur une hauteur de 5 cm et de l'huile ($d_{\text{huile}} = 0,92$) sur une hauteur de 20 cm. Calculer la pression exercée en tout point du fond du vase par l'ensemble des **deux liquides** non miscibles.

Montrer que
$$P = g \sum_{i=1}^n \rho_i \cdot h_i$$

Exercice 7 :

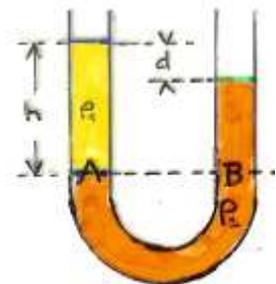
Un tube en U contient de l'eau de masse volumique ρ_2 .

On ajoute de l'huile de masse volumique ρ_1 .

- 1) Pourquoi les points A et B ont-ils la même pression.
- 2) a- De quelles grandeurs dépend la dénivellation d entre les deux surfaces libres de l'eau et de l'huile ?

b- Montrer que l'expression littérale d est :
$$d = h \cdot \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)$$

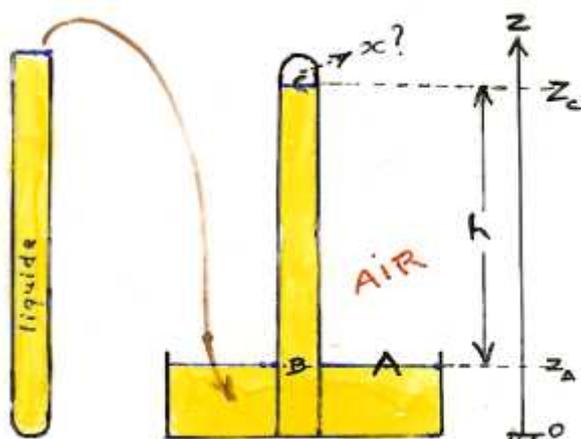
c- Sachant que la hauteur d'huile est $h = 20$ cm, calculer d .

Extraits BTS :

*b 1993 A – b 1999 1)3) – eb 2002 1) – eb 2007 3) – eec 2001 1)a,b -- eec 2003 1)a
 eec 2006 2) – eec 2007 1)2) – tp 1992 1) – tp 2000 1) -- tp 2004 1)2)3)*

2E. Baromètre à liquide

a- expérience de Torricelli*



Un tube plein d'un liquide est retourné sur une cuve contenant le même liquide. Quand le tube est assez long, la hauteur de liquide se stabilise (h). L'espace x contient de la vapeur du liquide, sa pression est saturante ($P_C = P_{\text{saturante}}$).

$$P_A = P_B = P_{\text{atmosphérique}}$$

$$P_B + \rho \cdot g \cdot z_B = P_C + \rho \cdot g \cdot z_C$$

$$P_B = P_C + \rho \cdot g \cdot (z_C - z_A) = P_C + \rho \cdot g \cdot h$$

Exercice 8 : Si le liquide utilisé est du mercure ($\rho = 13546 \text{ kg.m}^{-3}$), si on se trouve au niveau de la mer à 0°C , la hauteur de mercure est $h = 76 \text{ cm}$. (expérience de Torricelli*).

La pression de vapeur saturante de mercure est quasiment nulle ($0,16 \text{ Pa}$).

Calculer la pression atmosphérique P_{atm} .

*Evangelista Torricelli (1608-1647) : savant italien disciple de Galilée.

b- pression atmosphérique normale

Pression atmosphérique normale

(pression prise comme référence)

$P_0 = 101325 \text{ Pa}$ ($1013,25 \text{ hPa}$)

76 cm de mercure

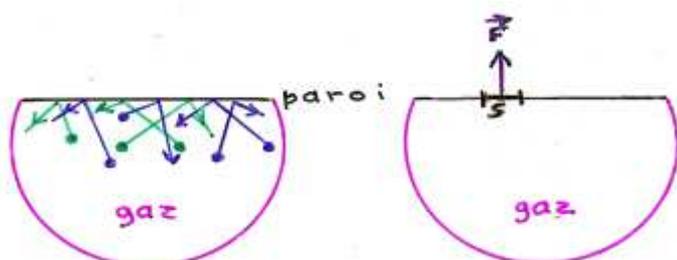
760 mm de mercure (760 torrs avant)

1,01325 bar ($1013,25 \text{ mbar}$)

Exercice 9 :

Quelle hauteur minimale doit avoir le tube si on réalise l'expérience de Torricelli avec de l'eau sachant que la pression de vapeur d'eau est environ égale à 750 Pa ?

2F. Pression atmosphérique et atmosphère



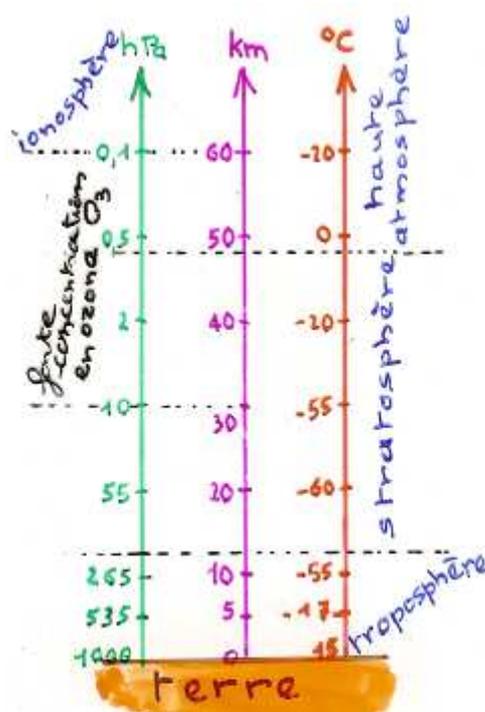
microscopiquement

Particules agitées en tout sens, qui s'entrechoquent et rebondissent sur les parois. ($10^{23} \text{ chocs.s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ dans l'air)

macroscopiquement

Chocs équivalents à une force moyenne \vec{F} perpendiculaire à la paroi vers l'extérieur.

- Le rayonnement solaire filtré par O_3 qui absorbe UV nocifs.
- Les ondes radars sont réfléchies par les ions (ionosphère), sinon perdues.

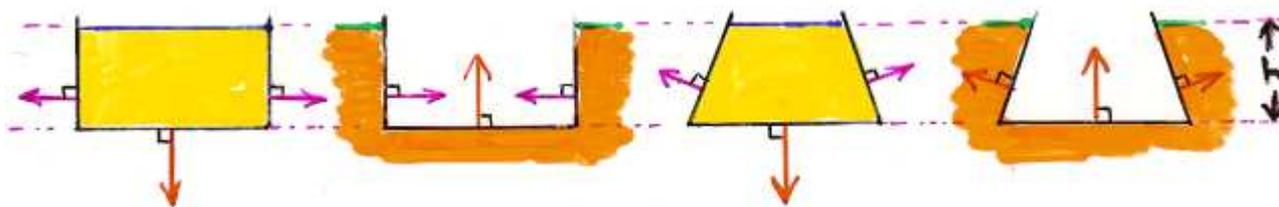


3. FORCES PRESSANTES exercées par le fluide sur les parois planes d'un récipient

(réservoir, piscine, bonde de vidage...)

3A. Grandeurs vectorielles

Les forces de pression sont des grandeurs vectorielles.
(point d'application, direction, sens et norme)

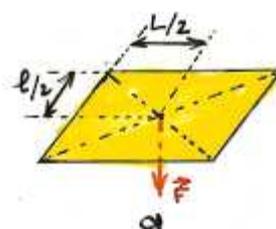


Exercice : Sur un schéma il y a des erreurs. Lesquelles ?

3B. Surface plane horizontale

En chaque point de la surface (S), la pression est identique en chaque point, elle est uniforme ($P = \rho \cdot g \cdot h$).

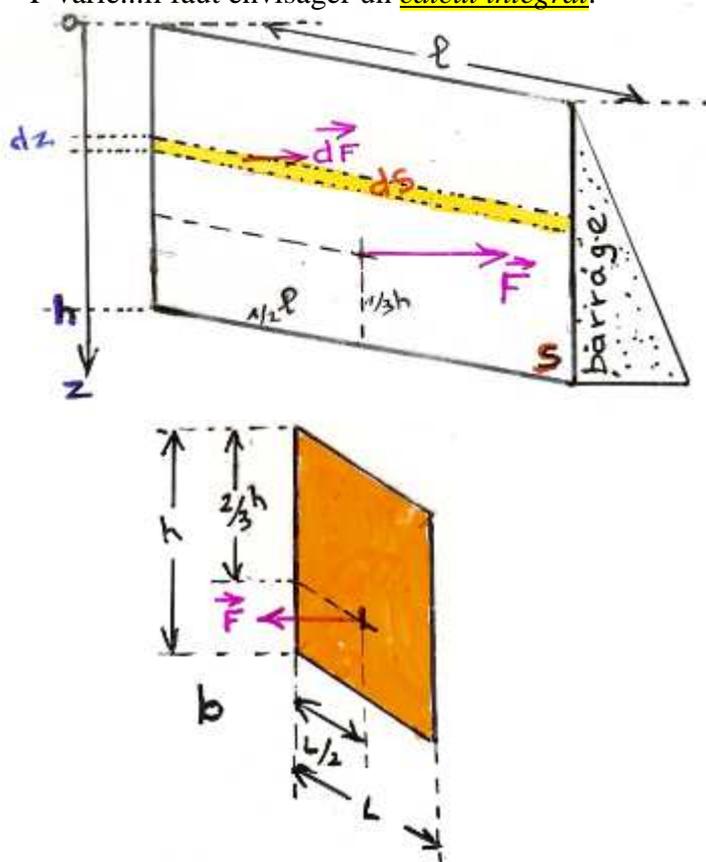
La résultante des forces pressantes exercées par le fluide sur la paroi a pour norme : $F = P \cdot S$.



3C. Surface plane verticale

La pression augmente linéairement en fonction de la profondeur.

Pour calculer la norme de la résultante des forces pressantes ($F = \rho \cdot g \cdot h$) s'exerçant sur la paroi, comme P varie...il faut envisager un calcul intégral.



A la profondeur z la pression due à l'eau est

$$p = \rho \cdot g \cdot z$$

Cette pression p peut être considérée constante sur une petite profondeur dz .

La force élémentaire dF s'exerçant sur un petit élément de surface dS ($l \cdot dz$) a pour norme : $dF = p \cdot dS = \rho \cdot g \cdot z \cdot l \cdot dz$

$$F = \int dF$$

$$F = \int \rho \cdot g \cdot z \cdot l \cdot dz = \rho \cdot g \cdot l \cdot \int_0^h z \cdot dz$$

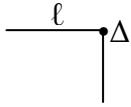
$$F = \rho \cdot g \cdot l \cdot \left(\frac{1}{2} z^2 \right)_0^h$$

$$F = \rho \cdot g \cdot l \cdot \frac{1}{2} \cdot h^2 = \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot l \cdot h = P_{\text{mi-hauteur}} \cdot S$$

Pourquoi $\frac{2}{3}$?

$M_{\vec{F}/\Delta} = dF \cdot z$; Δ étant l'axe :

$$M_{\vec{F}/\Delta} = \rho \cdot g \cdot z \cdot \ell \cdot z^2 \cdot dz$$



$$M_{\vec{F}/\Delta} = \int_0^h \rho \cdot g \cdot \ell \cdot z^2 \cdot dz = \rho \cdot g \cdot \ell \cdot \int_0^h z^2 \cdot dz = \rho \cdot g \cdot \ell \cdot \left(\frac{1}{3} z^3 \right)_0^h$$

$$\left(F = \frac{1}{2} \rho \cdot g \cdot \ell \cdot h^2 \right) \quad M_{\vec{F}/\Delta} = \frac{2}{3} F \cdot h = F \cdot \frac{2}{3} h$$

3D. Caractéristiques de la force résultante \vec{F}

La pression atmosphérique agissant de tous les côtés, l'utilisation de la pression effective, pression due au fluide uniquement, est uniquement envisagée en général.

Paroi plane et horizontale

- appliquée au centre de gravité de la surface
- direction verticale
- dirigée vers le haut ou vers le bas
- norme : $F = P \cdot S = \rho \cdot g \cdot h \cdot S$

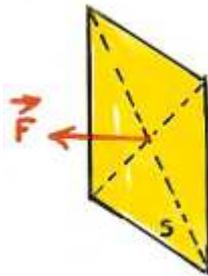
Paroi plane et verticale

- appliquée au tiers de la hauteur en partant du fond, et à la moitié de la largeur
- direction horizontale
- dirigée vers la droite ou vers la gauche
- norme : $F = P_{\text{mi-hauteur}} \cdot S = \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot S$

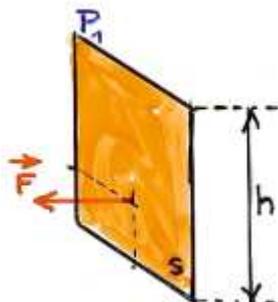
(F en N ; P en Pa ; ρ en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; h en m ; g en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; S en m^2)

3E. Remarques

a) Dans le cas du vent, pour une paroi verticale, la pression atmosphérique est considérée comme constante : $F = P_{\text{atm}} \cdot S$.



b) Dans le cas d'une paroi verticale totalement immergée, pour calculer la pression à mi-hauteur il faut tenir compte de la pression du liquide au sommet de la vanne.

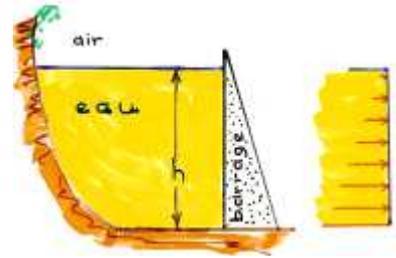


$$F = \left(P_1 + \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot S$$

Exemples...voir corrigés.

Exercice 10 :

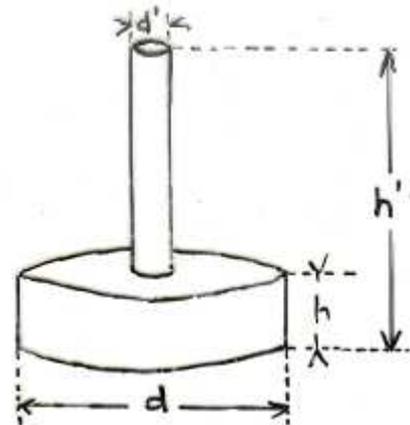
- 1) Calculer la pression exercée par l'eau sur le fond du barrage situé à $h = 12$ m.
- 2) Calculer la norme des forces résultantes exercées par l'eau :
 - a- sur le fond de surface 80 m^2 .
 - b- sur la paroi verticale du barrage de longueur 20 m.
- 3) Préciser pour chacune d'elles leurs trois autres caractéristiques (point d'application, direction et sens)



•Exercice 11 : tonneau de Pascal

On verse de l'eau dans le grand récipient cylindrique de diamètre $d = 20$ cm et de hauteur $h = 10$ cm.

- 1) a- Calculer la norme de la résultante F des forces pressantes exercées par l'eau sur le fond de ce cylindre.
 - b- Comparer F avec le poids de l'eau du récipient.
 - 2) On verse 628 cm^3 d'eau dans le petit récipient cylindrique de diamètre $d' = 2$ cm.
 - a- Calculer la nouvelle hauteur d'eau h' . Comparer h' et h .
 - b- Calculer la nouvelle norme de la résultante F' des forces pressantes sur le fond.
 - c- En déduire l'accroissement de la force $\Delta F = F' - F$ et l'accroissement $\Delta h = h' - h$ de la hauteur d'eau.
 - d- Montrer que ces accroissements varient dans les mêmes proportions. Pourquoi ?
 - e- Comparer ΔF avec le poids de l'eau ajoutée.
- Conclusion.



•Exercice 12 :

Un tunnel routier sous- fluvial est constitué de caissons en béton immergés.

La face supérieure d'un caisson se trouve recouverte par 10 m d'eau.

Dimensions de chaque caisson sont : $L = 32$ m ; $\ell = 10$ m ; $h = 7,5$ m.

Calculer les normes des forces pressantes exercées par l'eau sur le caisson, tout en précisant leur point d'application, leur direction et leur sens :

- 1) Sur sa face supérieure horizontale
- 2) Sur sa face inférieure horizontale
- 3) Sur un côté verticale

Une péniche de 800 tonnes s'immobilise au dessus d'un caisson.

- 4) Les résultantes des forces pressantes sont-elles modifiées ?

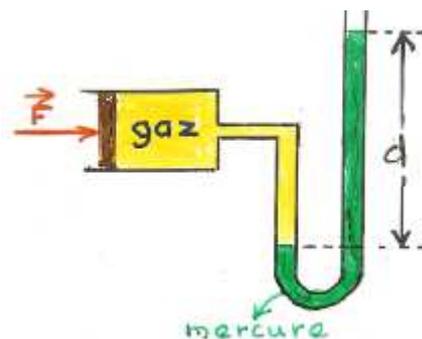
•Exercice 13 :

On comprime un gaz dans un cylindre et on mesure sa pression avec un manomètre à mercure.

Calculer :

- 1) La pression du gaz sachant que $d = 47$ cm de mercure.
- 2) L'intensité F de la force pressante que l'expérimentateur doit exercer sur le piston de section $S = 20 \text{ cm}^2$ qui ferme le cylindre.

(remarque : ne pas oublier la pression atmosphérique qui intervient aussi sur le piston.)



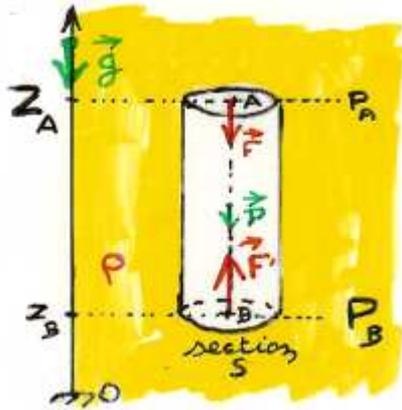
Extraits BTS

Mécanique des fluides :

b 1991 1) – b 1997 2) – b 1998 1)) – b 2003 1)2) – eb 2004 A) – eb 2007 1)2) – eec 2001 1)c-d
 eec 2003 1)b – tp 2007 2)

4. Principe fondamental de la statique des fluides

4A. Démonstration



Au sein d'un fluide de masse volumique ρ , considérons un **cylindre de ce fluide** :

- de section S
- de hauteur $z_A - z_B = h$
- de volume $V = S.h$
- de masse $m = \rho.V$
- de poids $p = m.g$

Les forces extérieures agissant sur ce cylindre sont :

- poids \vec{p}
- résultante des forces pressantes sur la section haute \vec{F}
- résultante des forces pressantes sur la section basse \vec{F}'
- résultante des forces pressantes latérales $\vec{0}$

La somme vectorielle de l'ensemble des forces extérieures agissant sur ce cylindre en équilibre mécanique est nulle.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

$$\vec{F} + \vec{F}' + \vec{p} = \vec{0}$$

Projetons ces forces sur l'axe \vec{Oz} : $-F + F' - p = 0$

$$p = F' - F$$

$$\rho.S.h.g = P_B.S - P_A.S$$

$$\rho.h.g S = (P_B - P_A).S = \Delta P.S$$

Si $S = 1$ unité (S.I)

4B. Enoncé

Principe

La différence de pression entre deux points A et B d'un fluide en équilibre est égale au poids d'un cylindre de ce fluide ayant pour section S l'unité de surface et pour hauteur la distance verticale entre ces 2 points.

$$\Delta P = \rho.g.h$$

••Exercice 14 :

1) La **pression de jauge** représente la pression relative (ou effective : $P - P_{\text{atm}}$) d'un liquide en prenant P_{atm} comme référence.

Celle de l'eau dans un tuyau est de $4 P_{\text{atm}}$ (4 bars).

Calculer la hauteur à laquelle cette eau peut monter.

2) Un homme (1,80 m) est debout.

Sa **tension artérielle** au niveau du cœur (à 1,30 m du sol) est égale à $1,3 \cdot 10^4$ Pa. ($P - P_{\text{atm}}$).

Calculer la tension artérielle au niveau des pieds et au niveau de la tête.

$$(\rho_{\text{sang}} = 1060 \text{ kg.m}^{-3})$$

3) Un **baromètre de précision** permet de détecter une variation de 0,1 mm de mercure de sa colonne.

Calculer l'écart minimal d'altitude auquel il est sensible.

4) La **fontaine de Héron** :

Le sommet du jet d'eau et l'eau de la surface du bassin sont à

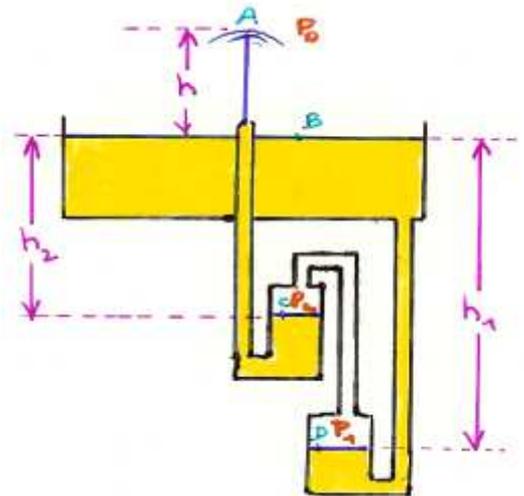
la même pression : $P_A = P_B = P_{\text{atm}}$

L'air dans les deux récipients du bas est à la même pression

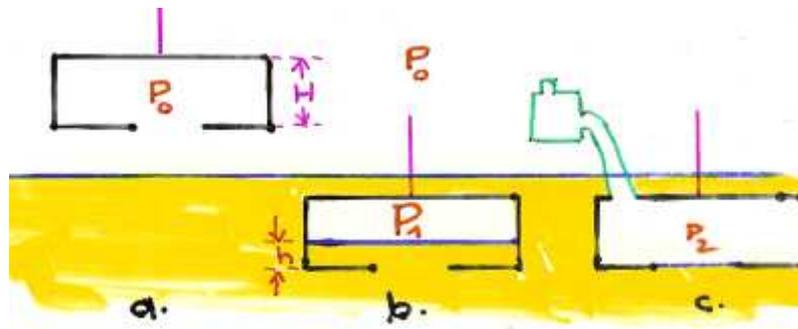
$P_1 = P_2$, elle ne varie pas pendant l'expérience.

Calculer P_2 et la hauteur h du jet d'eau.

$$(h_1 = 1 \text{ m} ; h_2 = 0,3 \text{ m})$$



5. Hydrostatique : $\Delta P = \rho \cdot g \cdot h$ et gaz parfait : $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$



••Exercice 15 : ($g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$)

Un local utilisé lors de **travaux sous-marins** est constitué d'un parallélépipède rectangle de hauteur $H = 3,0 \text{ m}$ et de section horizontale $S = 15 \text{ m}^2$.

Sa partie inférieure est munie d'un orifice lui permettant de communiquer avec l'extérieur.

L'air est considéré comme un gaz parfait, sa température garde la même valeur $\theta = 27^\circ\text{C}$ dans tous les cas.

La pression atmosphérique au dessus de l'eau est $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ et la masse molaire moyenne de l'air :

29 g.mol^{-1} . (constante des gaz parfaits : $8,31 \text{ uSI}$)

1) Le local étant à la pression P_0 (a) est descendu sous l'eau jusqu'à ce que l'orifice atteigne la profondeur z (b), à hauteur de l'orifice.

La hauteur d'eau dans le local est alors $h = 1,0 \text{ m}$.

Calculer la pression P_1 de l'air dans le local et la profondeur z .

2) L'orifice du local étant à la profondeur $z = 6,1 \text{ m}$, on introduit dans le local, grâce à un compresseur, de l'air prélevé dans l'atmosphère extérieure jusqu'à ce que toute l'eau soit chassée du local (c).

a- Calculer la pression P_2 .

b- Calculer la quantité de matière (en moles) d'air contenue dans le local dans les trois cas (a,b,c).

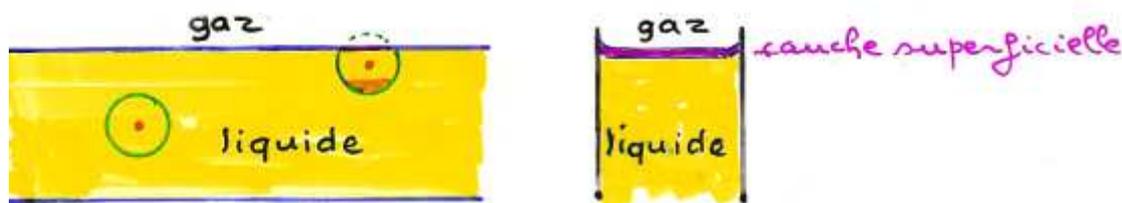
En déduire la masse d'air prélevée dans l'atmosphère par le compresseur.

6. TENSION SUPERFICIELLE des FLUIDES

6A. Mise en évidence et coefficient de tension superficielle γ

Les gaz occupent tout le volume qui leur est offert, les molécules n'interagissent que par chocs, les forces de cohésion entre molécules étant inexistantes.

Dans les liquides les forces de cohésion, d'origine électromagnétique, permettent aux molécules d'être en contact (*autour d'une molécule, ces forces sont nulles au-delà de 10 nm, sphère verte*).



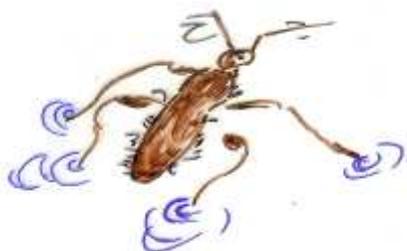
La résultante de toutes les forces agissant sur une molécule au sein du liquide est nulle.

Cette résultante n'est plus nulle quand la molécule s'approche de la surface, car dans l'air il y a trop peu de molécules pour compenser l'action des molécules du liquide (*zone orange*).

Cette molécule est soumise à une force dirigée vers l'intérieur du liquide.

Ces forces tendent à réduire la surface libre du liquide, ce qui crée une membrane tendue, l'araignée semble <<flotter>>, ses pattes ne pouvant pas s'enfoncer.

6B. Définition – Coefficient de tension superficielle γ



Tension superficielle

Tension interfaciale liquide-gaz créée par des forces qui tendent à rétrécir la surface.

Coefficient de tension superficielle
 γ ($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$), dépend de la température

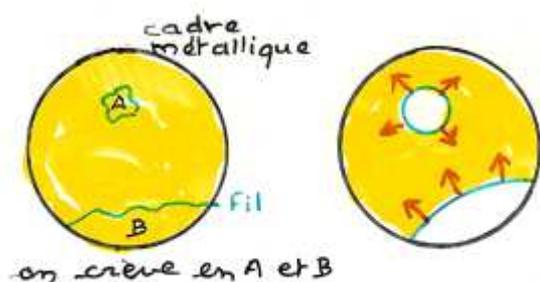
Pour accroître la surface libre du liquide d'une surface dS il faut fournir un travail élémentaire.

$$dW = \gamma \cdot dS$$

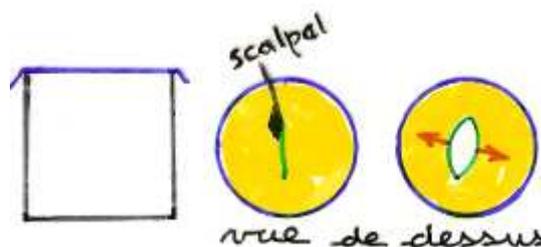
liquide (20°C)	mercure	eau *	glycérine	huile d'olive	eau savonneuse	alcool	éther	hydrocarbure
γ ($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$)	0,49	0,073	0,065	0,032	0,032	0,022	0,017	0,015 à 0,031

*eau à 60°C : $\gamma = 0,066 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$

6C. Observations



L'eau savonneuse dans le cadre métallique se comporte comme la membrane en caoutchouc tranchée avec un scalpel.



L'épingle repose sur du papier filtre déposé sur l'eau.

On ajoute du détergent (agent tensioactif), l'ensemble coule, le coefficient γ a diminué.



6D. Les détergents ou tensioactifs

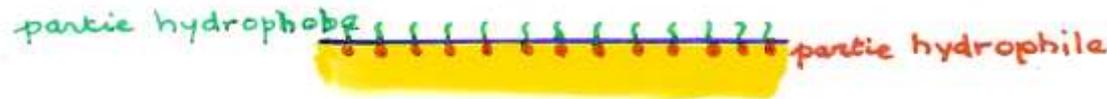
a- action

molécule AB



A : chaîne hydrocarbonée HYDROPHOBE repoussée par l'eau (grec : phobos « peur »)
groupement **B** : HYDROPHILE, il a une forte affinité avec l'eau (grec : philos « ami »)

Cette double tendance est satisfaite en surface où les molécules se disposent en gros perpendiculairement à la surface



Couche superficielle peu mobile.

La concentration superficielle est beaucoup plus importante que la concentration volumique.

Le coefficient de tension superficielle γ de l'eau est abaissé de 0,07 à 0,04 N.m⁻¹ avec 1% de détergent, car les molécules en surface mettent en jeu des forces très différentes de celles qui règnent entre les molécules d'eau.

b- applications

- **Pouvoir mouillant** : les liquides ont une propension plus ou moins importante à s'étaler sur un support solide, selon la valeur de γ .

Cet effet est quantifié par l'angle de raccordement θ .

Le liquide mouille parfaitement quand $\theta = 0$, il est parfaitement non mouillant quand $\theta = 180^\circ$.



Lavage des vêtements et, de la vaisselle, additif peinture, mouillant pour soudure...

- **Pouvoir moussant** : on insuffle de l'air dans une eau savonneuse, l'air se fragmente en bulles qui s'entourent d'une couche monomoléculaire.

En montant dans le liquide les bulles soulèvent la couche superficielle et donnent une mousse, γ diminue.

(Pouvoir antimoussant, γ augmente...silicone...)

- **Pouvoir émulsionnant** : la dispersion des gouttelettes d'huile dans l'eau demande moins d'énergie quand γ est plus faible avec un agent émulateur.

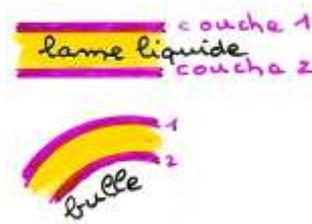
Dans le lait, la caséine sert d'agent émulateur, le lait est une émulsion de corps gras dans l'eau.

- **Pouvoir dégraissant** : γ abaissé par l'agent dégraissant, ce qui facilite le nettoyage en surface d'un corps par dispersion et entraînement des particules de graisse.

La partie hydrophobe est attirée par l'huile ou graisse. Les molécules s'agglomèrent autour des particules d'huile et de saleté...ainsi détachées de la fibre elles sont en suspension dans l'eau et éliminées par rinçage.

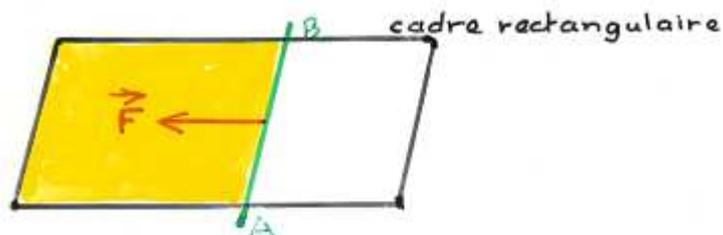
6E. Lame liquide

a- mise en évidence



Elle est formée de 2 couches superficielles qui séparent le liquide (eau savonneuse) et l'air.

b- force exercée



$$F = 2 \gamma \cdot AB \quad (\vec{F} \text{ est la force exercée par la lame liquide sur la tige } AB)$$

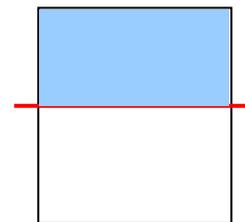
Exercice 16 :

Le cadre métallique est placé dans un plan vertical.

La tige AB de longueur 200 mm et de masse 1,22 g

est en équilibre sous l'action de son poids \vec{p} et de la force \vec{F} .

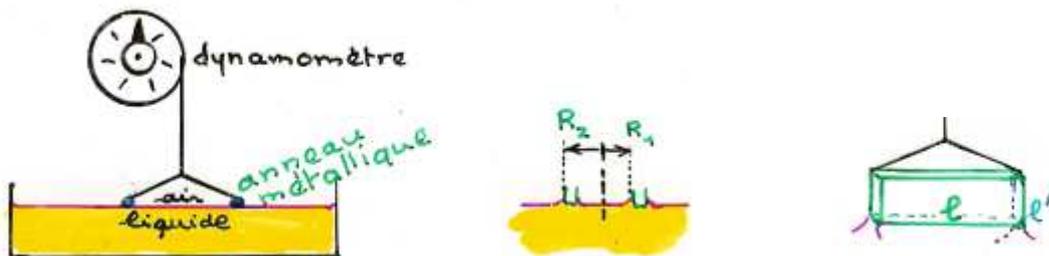
Calculer (à 20°C) le coefficient de tension superficielle du système eau savonneuse-air.



6E Mesure de la tension superficielle du système liquide-air

Méthode de l'arrachement

Tensiomètre



\vec{F}' : force à la rupture du contact (lame ou cylindre) (F' dynamomètre)

\vec{F} : force de tension superficielle ($F = 2\gamma \cdot \ell$)

\vec{p} : poids de la lame (ou) du cylindre ($p = m \cdot g$)

$$\vec{F}' + \vec{F} + \vec{p} = \vec{0}$$

après projection sur un axe vertical orienté vers le haut :

$$F' - F - p = 0$$

$$F = F' - p$$

$$2\gamma \cdot \ell = F' - p$$

$$\gamma = \frac{F' - p}{2\ell}$$

Exercice 17 :

1) Un **anneau cylindrique** de rayon $R = 150 \text{ mm}$ ($R_1 \neq R_2$) et de poids $P = 1,50 \text{ N}$, accroché à un dynamomètre par des fils de poids négligeable, est posé à la surface horizontale de l'eau qui le mouille.

Pour arracher l'anneau du liquide il faut exercer, au moment de la rupture, une force verticale dirigée vers le haut d'intensité $F' = 1,63 \text{ N}$.

En négligeant le poids de l'eau entraînée à la rupture, calculer le coefficient de tension superficielle du système eau-air.

2) Quelle force aurait-il fallu exercer dans les mêmes conditions, en utilisant une barre plane verticale de longueur $\ell = 10,0 \text{ cm}$, de largeur $\ell' = 1,0 \text{ cm}$ et de poids $P = 2,20 \text{ N}$?

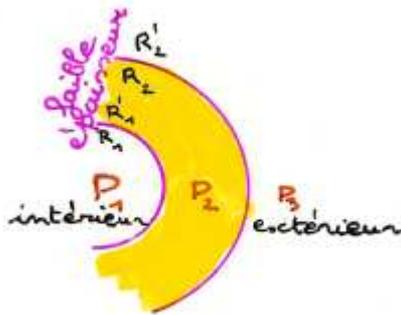
6G Loi de Laplace

a- énoncé

$$\Delta P = \gamma \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right)$$

De part et d'autre de la surface de séparation de 2 fluides la pression subit une discontinuité due à l'existence de forces de tension superficielle.

b- application : bulle



$$P_1 - P_2 = \gamma \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} \right) = 2\gamma \cdot \frac{1}{R_1}$$

$$P_2 - P_3 = \gamma \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2} \right) = 2\gamma \cdot \frac{1}{R_2}$$

$$P_1 - P_3 = 2\gamma \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 2\gamma \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) = \Delta P$$

$$(R_1' \approx R_1 \approx R_2 \approx R_2')$$

$$\Delta P = P_1 - P_3 = \frac{4\gamma}{R}$$

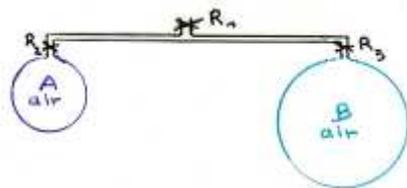
Exercice 18 :

Calculer la pression (que l'on supposera uniforme) à l'intérieur d'une **gouttelette** d'eau de rayon $R = 0,2 \text{ mm}$. L'air extérieur ayant une pression de 1015 hPa .

Exercice 19 :

$R_A = 20 \text{ mm}$

$R_B = 40 \text{ mm}$



Soient deux **bulles** de savon (rayons R_A et R_B) à 20°C , les trois robinets R_1 , R_2 et R_3 sont fermés. On ouvre les robinets R_2 et R_3 .

Que constate-t-on ? Démontrer votre affirmation.

Exercice 20 : Surface libre air-liquide



$$\Delta P = P_1 - P_2 = \gamma \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

R_1 et R_2 sont infinis ($\frac{1}{R} = 0$)

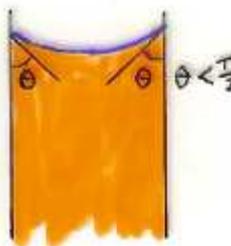
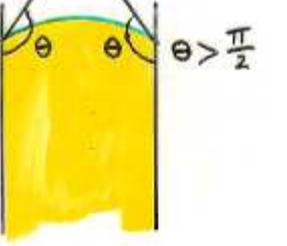
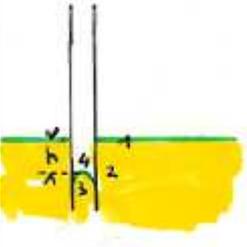
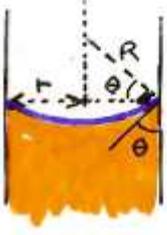
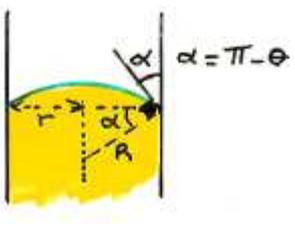
Montrer que $P_1 = P_2$

$P_1 = P_{\text{atmosphérique}}$

6H. Capillarité (liquide mouillant - liquide non mouillant)

Lorsque les dimensions d'un réceptacle ou la taille des alvéoles d'un matériau poreux sont de petites dimensions, des forces capillaires dues à la tension superficielle peuvent devenir du même ordre de grandeur que le poids.

Si le liquide mouille partiellement le solide en contact avec lui, il peut s'élever (ou s'abaisser) en altitude, les forces capillaires devenant supérieures au poids.

	<p><u>liquide mouillant</u> <u>liquide non mouillant</u></p> <p>θ : angle de raccordement de la surface de séparation entre le liquide et l'air</p> <p><u>tube capillaire</u> (diamètre < 2 à 3 mm)</p>	
<p><u>l'eau monte</u></p> <p>Elle escalade la paroi, car les forces d'attraction entre les molécules de verre et d'eau sont plus fortes que les forces qui opèrent entre les molécules d'eau entre elles.</p> <p>La surface de l'eau est attirée vers le haut et plus aux abords du tube.</p> 	<p><u>le mercure descend</u></p> <p><i>Les forces d'attraction entre les molécules de verre et les atomes de mercure sont plus faibles que celles qui opèrent entre les atomes de mercure entre eux.</i></p> 	
<p><u>ménisque concave</u></p> <p>$r = R \cdot \cos \theta$</p> <p>$P_1 = P_2 = P_4 = P_{atm}$</p> <p>$P_4 - P_3 = \frac{2\gamma}{R}$</p> <p>$P_2 - P_3 = \rho \cdot g \cdot h$</p> 	<p><u>ménisque convexe</u></p> <p>$r = R \cdot \cos \alpha$</p> <p>$\cos \alpha = - \cos \theta$</p> <p>$P_1 = P_4 = P_{atm}$</p> <p>$P_3 - P_4 = \frac{2\gamma}{R} \quad (P_2 = P_3)$</p> <p>$P_2 - P_1 = \rho \cdot g \cdot h$</p> 	
<p>$\rho \cdot g \cdot h = \frac{2\gamma}{R} = \frac{2\gamma}{\frac{r}{\cos \theta}}$</p>		<p>$\rho \cdot g \cdot h = \frac{2\gamma}{R} = \frac{2\gamma}{\frac{r}{\cos \alpha}}$</p>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #f0f0f0;"> <p>loi de Jurin</p> $h = \frac{2\gamma \cdot \cos \theta }{r \cdot \rho \cdot g} = h$ </div>		
<p>$\cos \theta > 0 ; h > 0$ $h < 0 ; \cos \theta < 0$</p>		
<p>tube propre et eau pure $\theta \approx 0 ; \cos \theta \approx 1$</p>		

Exercice 21 :

On dispose de trois tubes capillaires en verre propre de diamètre intérieur $d_1 = 0,5$ mm, $d_2 = 1$ mm et $d_3 = 5$ mm.

- 1) Calculer les valeurs algébriques des dénivellations dans le cas de l'eau pure en contact avec l'air à 20°C . ($\theta = 0^\circ$)
- 2) Même question dans le cas du mercure. ($\theta = 135^\circ$)

Exercice 22 :

Du liquide glycéline de densité $d = 1,1$ s'élève à une hauteur moyenne $h = 1$ cm dans un tube vertical dont le diamètre intérieur est égal à 1 mm.

- 1) Calculer le coefficient de tension superficielle de ce liquide en supposant qu'il mouille parfaitement le verre.
- 2) On emploie ce liquide pour souffler une bulle d'air de 8 cm de diamètre.
Quelle est la différence de pression de l'air entre l'intérieur et l'extérieur de cette bulle ?